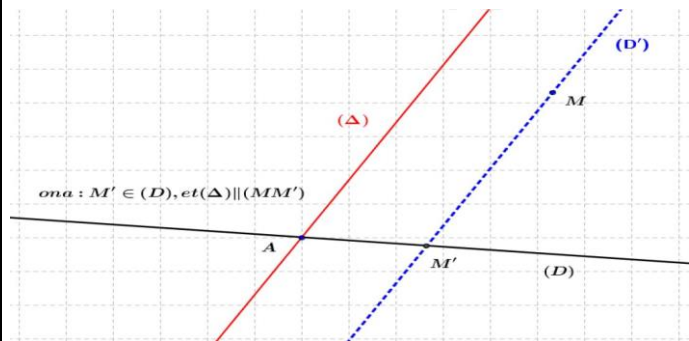


# La projection dans le plan

## 1) La projection sur une droite parallèlement à une autre droite



a) Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes en un point  $A$ , et soit  $M$  un point du plan

La droite qui passe par  $M$  et parallèle à  $(\Delta)$  coupe  $(D)$  en un point  $M'$

le point  $M'$  s'appelle la projection du point  $M$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  ou le projeté  $M$  sur

$(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  ou l'Image du point  $M$  par la projection  $P_{(D; \Delta)}$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  et on écrit :

$$P_{(D; \Delta)}(M) = M' \text{ ou } P(M) = M'$$

la droite  $(\Delta)$  s'appelle la direction de la projection

$P(M) = M'$  :  $M'$  l'Image du point  $M$  par la projection  $P$

si  $B \in (D)$  alors  $P(B) = B$  on dit alors que le point  $B$  est invariant par la projection  $P$

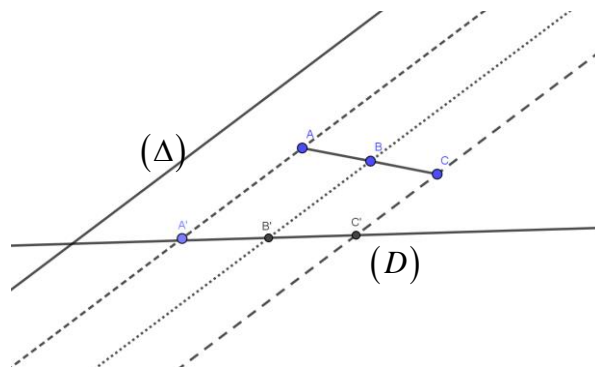
### 2) Propriétés

- Chaque point de  $(D)$  est confondu avec sa projection
- Est tout point confondu avec sa projection est un point de  $(D)$
- On dit que la droite  $(D)$  est invariante par la projection sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$
- L'image du segment  $[AB]$  par la projection  $P$  est le segment  $[A'B']$  et on écrit :  $P([AB]) = [A'B']$

■ La projection conserve les milieux

**remarque :** Si les droite  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont perpendiculaire On dit que  $M'$  est la projection orthogonale de  $M$  sur  $(D)$

**3) Théorème de Thales :** Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes en un point, et soient  $A ; B ; C$  trois points alignés du plan tel que  $(AB)$  et  $(\Delta)$  ne sont pas parallèles



soient  $A' ; B' ; C'$  et  $D'$  respectivement les projetés des points  $A ; B ; C$  et  $D$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$

a) Alors :  $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

b) Si :  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$  avec  $k \in \mathbb{R}$  alors  $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{A'C'}$   
La projection conserve le coefficient d'alignement de trois points

c) si  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$  Alors : Alors :  $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{C'D'}$   
La projection conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

### 4) le théorème réciproque de Thales

Soient  $(D)$  et  $(D')$  deux droites non parallèles a une troisième  $(\Delta)$ , et soient  $A ; B$  deux points de la droite  $(D)$  tel que  $A'$  et  $B'$  respectivement les projetés des points  $A ; B$  sur  $(D')$  parallèlement à  $(\Delta)$

Si  $C$  un point de la droite  $(D)$  et  $C'$  un point de la droite  $(D')$  tel que  $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

Et les points  $A ; B$  et  $C$  sont dans le même ordre sur la droite  $(D)$  que les points  $A' ; B'$  et  $C'$  sur la droite  $(D')$

Alors : le point  $C'$  est la projection de  $C$  sur la droite  $(D')$  parallèlement à  $(\Delta)$  et on a

$$(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$$

